

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 3

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$$\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{x-2} - \sqrt{4x-3-x^2} - \log_7(3x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq 2 \\ 4x-3-x^2 \geq 0 \\ 3x-2 > 0 \end{cases}$$

$$\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{x-2} = \sqrt{4x-3-x^2} + \log_7(3x-2)$$

$$\begin{cases} x \neq 2 \\ 1 \leq x \leq 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{x-2} = \sqrt{4x-3-x^2} + \log_7(3x-2)$$

$$\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{x-2} + \sqrt{x^2-4x+3} = \log_7(3x-2)$$

$$1 \leq x \leq 2, \quad 2 < x \leq 3$$

$\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{x-2}$ — монотонно возр на области определения

$\sqrt{x^2-4x+3}$ — монотонно возр на области определения

следовательно $\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{x-2} + \sqrt{x^2-4x+3}$ монотонно возр на области определения

$\log_7(3x-2)$ монотонно возра на области опр

следовательно справа и слева $\forall$ монотонно возрастающие функции, значит уравнение имеет единственное решение

Не трудно заметить, что $x=3$ — корень и он единственный

Проверка:

$$\frac{2}{\pi} \cdot \arcsin 1 + \sqrt{9-12+3} = \log_7 7 \Rightarrow 1=1 \text{ верно}$$

Ответ: $x=3$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Олимпиада школьников «Учить строить будущее» по дисциплине математика

ЧИСТОВИК

Вариант № 1

(без № варианта работа не проверяется и аннулируется)

При обнаружении в чистовике записей, не относящихся к решаемому варианту, работа не проверяется и аннулируется

БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

(в столбце «Ответ» необходимо написать итоговый ответ на задачу)

Задача №	Ответ	Служебное поле
1	12	
2	$100 \left(1 + \frac{\sqrt{1+\sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \right)$	
3	$x=3$	
4		
5	Аня — белое платье, белые туфли; Валя — зеленое платье, синие туфли; Наташа — синие платье, зеленые туфли	
6		
7	$4\sqrt{3}+6, 4\sqrt{3}+6, 12+6\sqrt{3}$	
8	$x \in (-5; -4) \cup [-1; 0) \cup (0; \frac{1}{3}]$	
9	$a \in (1; 2)$	
10		
Итого:		

Изменение неправильного ответа

(для отмены неправильного ответа укажите номер задачи и впишите правильный ответ)

Задача №	Ответ	Служебное поле

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

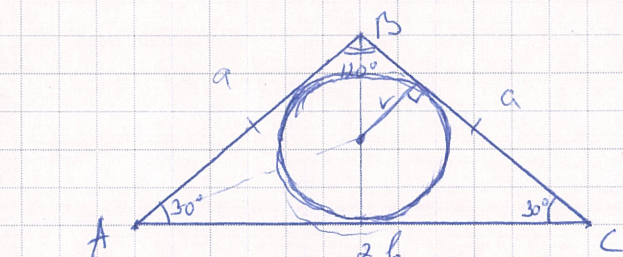
Аня	Платок	Турец	Только № 5 Аня улетит турец и платок собла.
Валера	Белос	Белос	даст
Наташа	Зеленое	Синие	Валера не в белом
	Синие	Зеленые	Наташа в зеленых турках

Ответ: Аня - белое платок, белые турки, Валера - зеленое платок, синие турки, Наташа - синие платок, зеленые турки

№ 7

Дано: $\triangle ABC$ - описанный и равнобедренный, r - радиус вписанной окружности; $r = 3$
 $\angle BCA = 30^\circ$

Найти: AB, BC, AC - ?



Пусть $AB = BC = a$; $AC = 2b$

($AB = BC$ по св. о равенстве углов)

$\angle BAC = \angle BCA$ по св. о равенстве углов $\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA = 30^\circ$

$\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$ по св. о сумме углов треугольника

$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$AC = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow AC = a\sqrt{3} \Rightarrow 2b = a\sqrt{3}$$

$$b = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin \angle ACB = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2b \cdot \sin 30^\circ = \frac{ab}{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = pr = \frac{AB+BC+AC}{2} \cdot r = \frac{a+a+2b}{2} \cdot r = (a+b) \cdot r = (a+b) \cdot 3$$

$$\frac{ab}{2} = 3a + 3b \rightarrow \begin{cases} ab = 6a + 6b \\ b = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 6a + 3 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2\sqrt{3} = 12a + 6a\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3} - 12a - 6a\sqrt{3} = 0$$

$a = 0$
не подходит
по смыслу
задачи

$$a\sqrt{3} - 12 - 6\sqrt{3} = 0$$

$$a = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

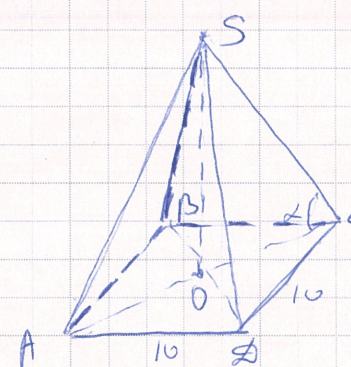
$$a = \frac{12\sqrt{3} + 18}{3}$$

$$a = 4\sqrt{3} + 6$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$$b = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{(4\sqrt{3} + 6)(\sqrt{3})}{2} = \frac{4 \cdot 3 + 6\sqrt{3}}{2} = 6 + 3\sqrt{3} \rightarrow AC = 2b = 12 + 6\sqrt{3}$$

Ответ: $AB = BC = 4\sqrt{3} + 6$; $AC = 12 + 6\sqrt{3}$



Дано: $SABCD$ - правильная четырехугольная пирамида; $AB = BC = CD = AD = 10$
 $\angle SCA = \alpha$

Найти: $S_{полн}$ - ?

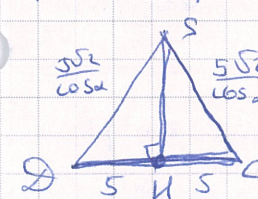
Решение

SO - высота $SABCD$, где O - центр описанной окружности около квадрата $ABCD$, так у правильной пирамиды грани наклонены под одинаковым углом к основанию

$AC = 10\sqrt{2} \Rightarrow AO = 5\sqrt{2}$ по св. о пересечении диагоналей в квадрате

$$SC = SD = SA = SB = \frac{OC}{\cos \alpha} = \frac{5\sqrt{2}}{\cos \alpha}$$

Рассмотрим $\triangle SDC$



SH - апофема $\Rightarrow SH \perp DC$ (SH - высота $\triangle SDC$)

$\triangle SDC$ - прямоугольный $\Rightarrow DH = HC = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2}$ по т. Пифагора

$$SH = \sqrt{\frac{50}{\cos^2 \alpha} - 25} = \sqrt{\frac{50 - 25 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{5\sqrt{2 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{5\sqrt{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{5\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha}$$

$$S_{ASDC} = S_{ASAD} = S_{ASAB} = S_{ASBC} = \frac{1}{2} SH \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \cdot 10 = \frac{25\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha}$$

$$S_{бок} = S_{ASDC} + S_{ASAD} + S_{ASAB} + S_{ASBC} = 4 S_{ASDC} = 4 \cdot \frac{25\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{100\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha}$$

$$S_{полн} = S_{ABCD} + S_{бок} = 10^2 + \frac{100\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} = 100 \left(1 + \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \right)$$

Ответ: $S_{полн} = 100 \left(1 + \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} \right)$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

№8

$$\log_{5+x}(3x^2) \leq \log_{5+x}(1-2x)$$

а.з.3

$$\begin{cases} 3x^2 > 0 \\ 5+x > 0 \\ 5+x \neq 1 \\ 1-2x > 0 \end{cases} \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -5 \\ x \neq -4 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} -5 < x < \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ x \neq -4 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} 5+x > 1 \\ 3x^2 \leq 1-2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -4 \\ 3x^2+2x-1 \leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -4 \\ 3(x+1)(x-\frac{1}{3}) \leq 0 \end{cases}$

$-1 \leq x \leq \frac{1}{3}$

2) $\begin{cases} 5+x < 1 \\ 5+x > 0 \\ 3x^2 \geq 1-2x \end{cases} \begin{cases} x < -4 \\ x > -5 \\ 3(x+1)(x-\frac{1}{3}) \geq 0 \end{cases}$

$-5 < x < -4$

3) $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -4 \\ -5 < x < \frac{1}{2} \\ -1 \leq x \leq \frac{1}{3} \\ -5 < x < -4 \end{cases}$

$x \in (-5; -4) \cup [-1; 0) \cup (0; \frac{1}{3}]$

Ответ: $x \in (-5; -4) \cup [-1; 0) \cup (0; \frac{1}{3}]$

№9

$$|x-a+1| + |2a-x| = x \quad (x \geq 0) \quad \text{2 решения}$$

1) $\begin{cases} x-a+1 \geq 0 \\ 2a-x \geq 0 \\ x-a+1+2a-x=x \end{cases} \begin{cases} x \geq a-1 \\ x \leq 2a \\ x=a+1 \end{cases}$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

2) $\begin{cases} x-a+1 \geq 0 \\ 2a-x < 0 \\ x-a+1-2a+x=x \end{cases} \begin{cases} x \geq a-1 \\ x > 2a \\ x=3a-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-a+1 < 0 \\ 2a-x \geq 0 \\ -x+a-1+2a-x=x \end{cases} \begin{cases} x < a-1 \\ x \leq 2a \\ x=a-\frac{1}{3} \end{cases}$

4) $\begin{cases} x-a+1 < 0 \\ 2a-x < 0 \\ -x+a-1-2a+x=x \end{cases} \begin{cases} x < a-1 \\ x > 2a \\ x=-a-1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x \geq a-1 \\ x \leq 2a \\ x=a+1 \end{cases} \begin{cases} a \leq x+1 \\ a \geq \frac{x}{2} \\ a=x+1 \end{cases}$$

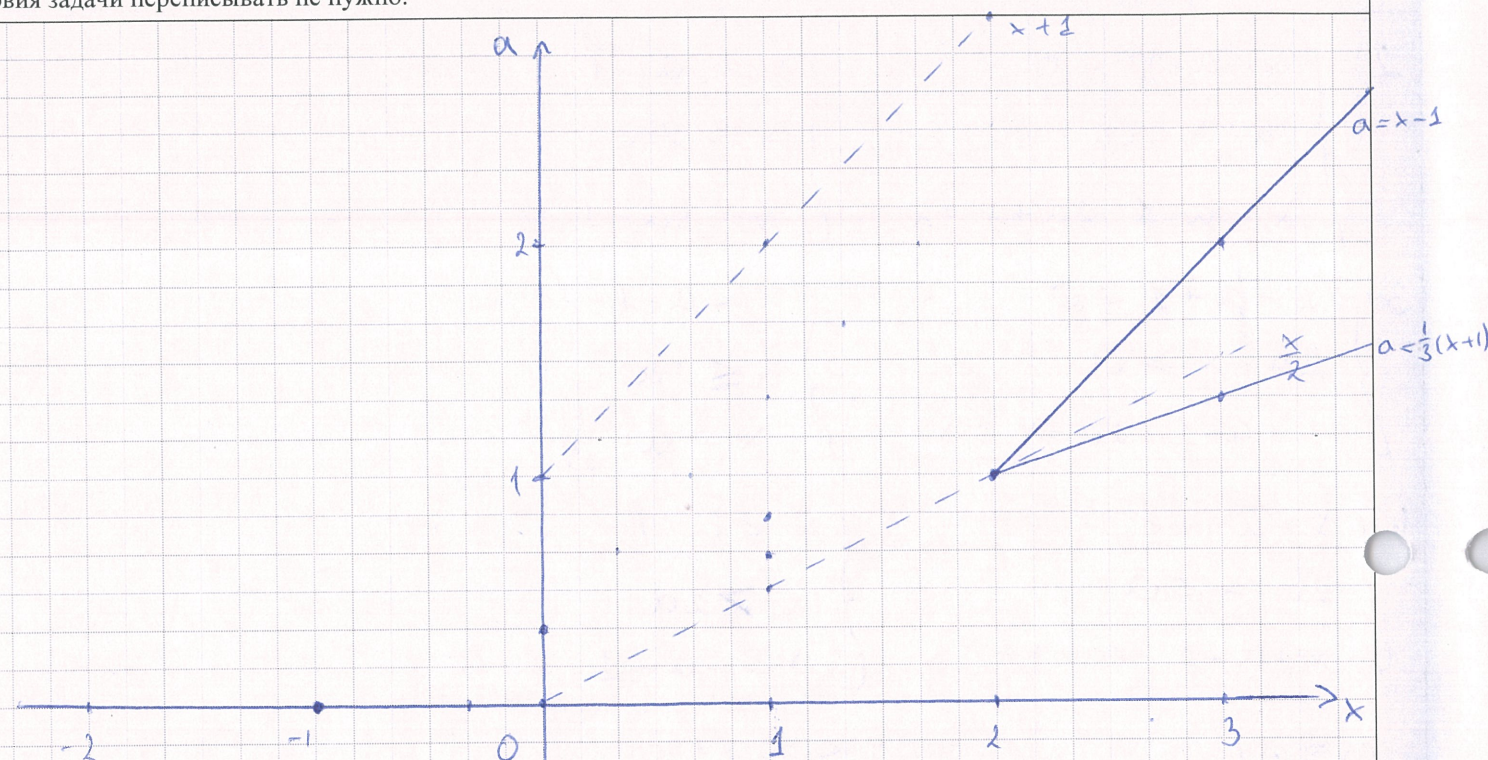
$$\begin{cases} x \geq a-1 \\ x > 2a \\ x=3a-1 \end{cases} \begin{cases} a \leq x+1 \\ a < \frac{x}{2} \\ a=\frac{x}{3}+\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < a-1 \\ x \leq 2a \\ x=a-\frac{1}{3} \end{cases} \begin{cases} a > x+1 \\ a \geq \frac{x}{2} \\ a=x+\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < a-1 \\ x > 2a \\ x=-a-1 \end{cases} \begin{cases} a > x+1 \\ a < \frac{x}{2} \\ a=-x-1 \end{cases}$$

$x \geq 0$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.



При $a \in (1; +\infty)$
уравнение будет
иметь два корня
Ответ:
 $a \in (1; +\infty)$

Пусть в турнире играло 7 человек, игрок номер
1 выиграл все партии
Запишем партии, сыгранные каждым игроком:
всего очков у всех
игроков в сумме
 $6+5+4+3+2+1 =$
 $= 21$ очко
у игрока 1 6 очков
у всех остальных $21-6=15$ очков

1	2	3	4	5	6	7
12	21	31	41	51	61	71
13	23	32	42	52	62	72
14	24	34	43	53	63	73
15	25	35	45	54	64	74
16	26	36	46	56	65	75
17	27	37	47	57	67	76

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

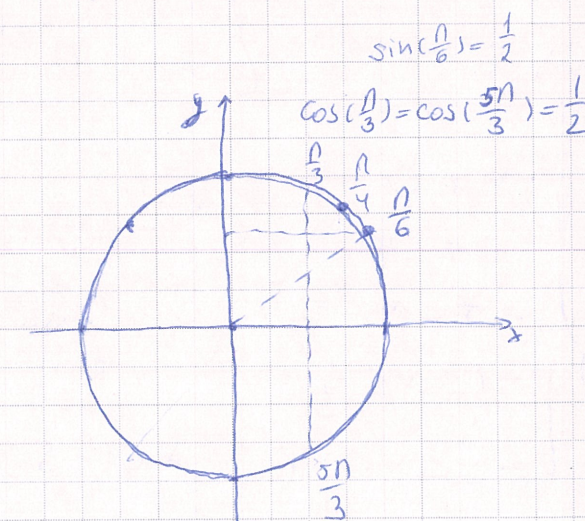
Пусть игроков n , тогда
всего очков: $(n-1)!$
у победителя всех партий очков: $n-1$
у остальных $(n-1)!(n-1)$ очков
по условию задачи
$$\frac{(n-1)! - (n-1)}{n-1} = 5 \rightarrow \frac{(n-1)!}{n-1} = 6$$

Пусть $n=12$
$$\frac{11!}{11} = \frac{11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1}{11} = \frac{66}{11} = 6$$

то есть, игроков было 12 человек
Ответ: 12 человек

$\sqrt{6}$
 $\sin\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin x\right)$
 $\frac{\pi}{2} \cos x = \alpha \quad \frac{\pi}{2} \sin x = \beta$
 $\sin \alpha = \cos \beta$
 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ если оба в первой
четверти
$$\frac{\pi}{2} \cos x + \frac{\pi}{2} \sin x = \frac{\pi}{2}$$

$\cos x + \sin x = 1$
 $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$
 $x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$



Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

БЛАНК ОТВЕТОВ №2	страница ____
Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.	

БЛАНК ОТВЕТОВ №2	страница ____
Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.	